무격자 해석 기법 기반의 질점계 적응 알고리즘

경태윤[1], 이재상[2], 오준석[2], 김규홍[2, 3]

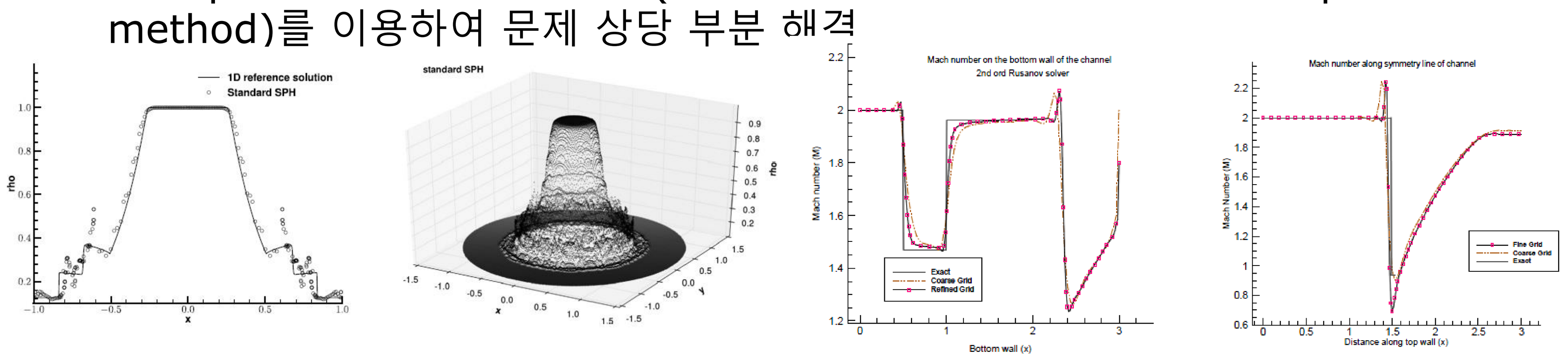
Nextfoam, Seoul, Korea[1]
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University, Seoul, Korea[2]
Aerospace Institute of Advanced Aerospace Technology, Seoul, Korea[3]

Research background

- CFD 연구가 활발하게 진행되면서 수치 해석 문제는 더 복잡해지고, 강건한 전처리 프로세서의 필요성이 증가함
- 관측하고자 하는 물리적 현상을 포착하기 위해서는 적절한 곳에 적절한 개수의 격자 배치가 필요함
- 유동해석의 정확도와 효율성을 높이기 위해서는 조밀한 격자가 필요한 위치를 대략적으로 파악하여 격자를 추가 배치해야 하지만, 유동 성질 변화 특성을 미리 예측하기는 어려움
- 유동해석의 수렴해를 기반으로 격자 추가 배치가 필요한 위치를 파악하여 격자를 추가/제거하는 적응(Adaptation) 기법을 적용하면 정확도와 효율성을 높일 수 있음

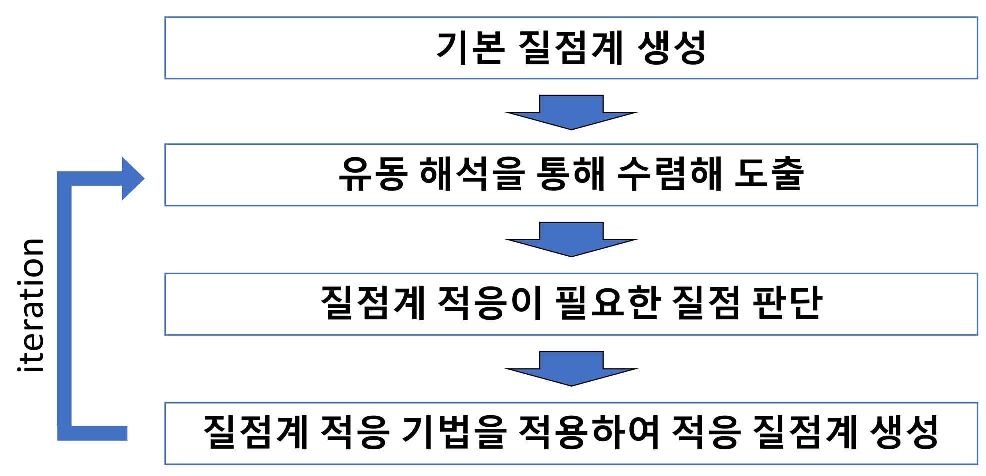
Meshless method

- 격자의 개념을 사용하지 않고, 질점과 연결정보만을 이용하여 수치해석
- Volume mesh가 존재하지 않기 때문에 유동 계산 영역 생성 유연 -> 전처리 작업시간 단축 & 이동 물체 해석 자동화 유리
- 기존 무격자 해석 기법은 Conservation을 만족하지 않는 단점 존재
  - 과도한 질량유량 에러 & 충격자 위치나 충격파 후류 물성치 다르게 예측
- 무격자 기법의 non-conservative feature를 분석하고, Lagrangian multiplier를 이용한 GC-LSM (Geometric Conservation Least Squares method)를 이용하여 문제 상당 부분 해결



- 격자 개념이 존재하지 않아 질점 추가/제거가 용이한 무격자 기반 해석 프로그램에 적응 기법을 적용

Adaptation



- 질점계 적응 기준
  - Compressibility detector
    - 속도의 divergence를 이용하여 충격파 등의 압축성 효과 탐지

$$\tau_C = \left|\nabla \cdot \vec{V}\right| h^{3/2}$$

  - Shear detector
    - 속도의 curl을 이용하여 점성 효과 탐지

$$\tau_R = \left|\nabla \times \vec{V}\right| h^{3/2}$$

  - Refine condition

$$\tau_R > \sigma_R \quad or \quad \tau_C > \sigma_C \quad and \quad h > h_{min}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \tau_R^2}{N}} \qquad \sigma_C = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \tau_C^2}{N}}$$

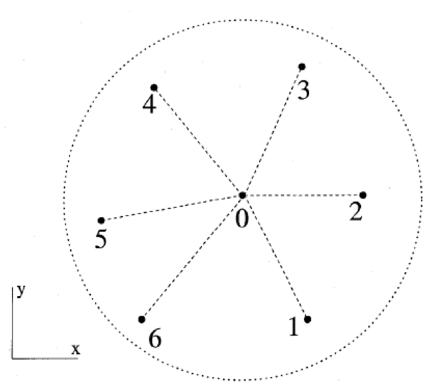
- 속도 미분값 계산
  - 최소제곱법(Least Squares Method)를 이용

$$\left.\frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\right|_0 \approx \sum_j \overrightarrow{a_{0j}} \left(\vec{V}_j - \vec{V}_0\right) \qquad \left.\frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\right|_0 \approx \sum_j \overrightarrow{a_{0j}} \left(\vec{V}_j - \vec{V}_0\right) \qquad \left.\frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\right|_0 \approx \sum_j \overrightarrow{a_{0j}} \left(\vec{V}_j - \vec{V}_0\right)$$

$$minimize \sum_{j=1}^{n} \omega_{0j} \left[\Delta \vec{V}_{0j} - \Delta x_{0j} \frac{\partial \vec{V}(x_0)}{\partial x} - \Delta y_{0j} \frac{\partial \vec{V}(y_0)}{\partial y} - \Delta z_{0j} \frac{\partial \vec{V}(z_0)}{\partial z}\right]^2$$

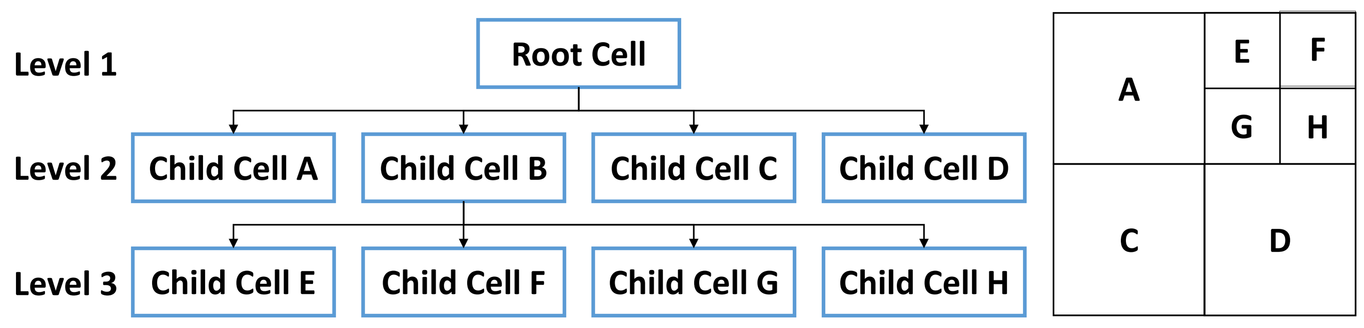
$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) i + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) j + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) k$$



Adaptation (Contd.)

- 알고리즘 최적화
  - Tree-type data
    - Parent/children의 규칙성을 이용하여 질점 추가/제거 용이
    - Memory 관리 & Performance 향상



<Tree-type data>

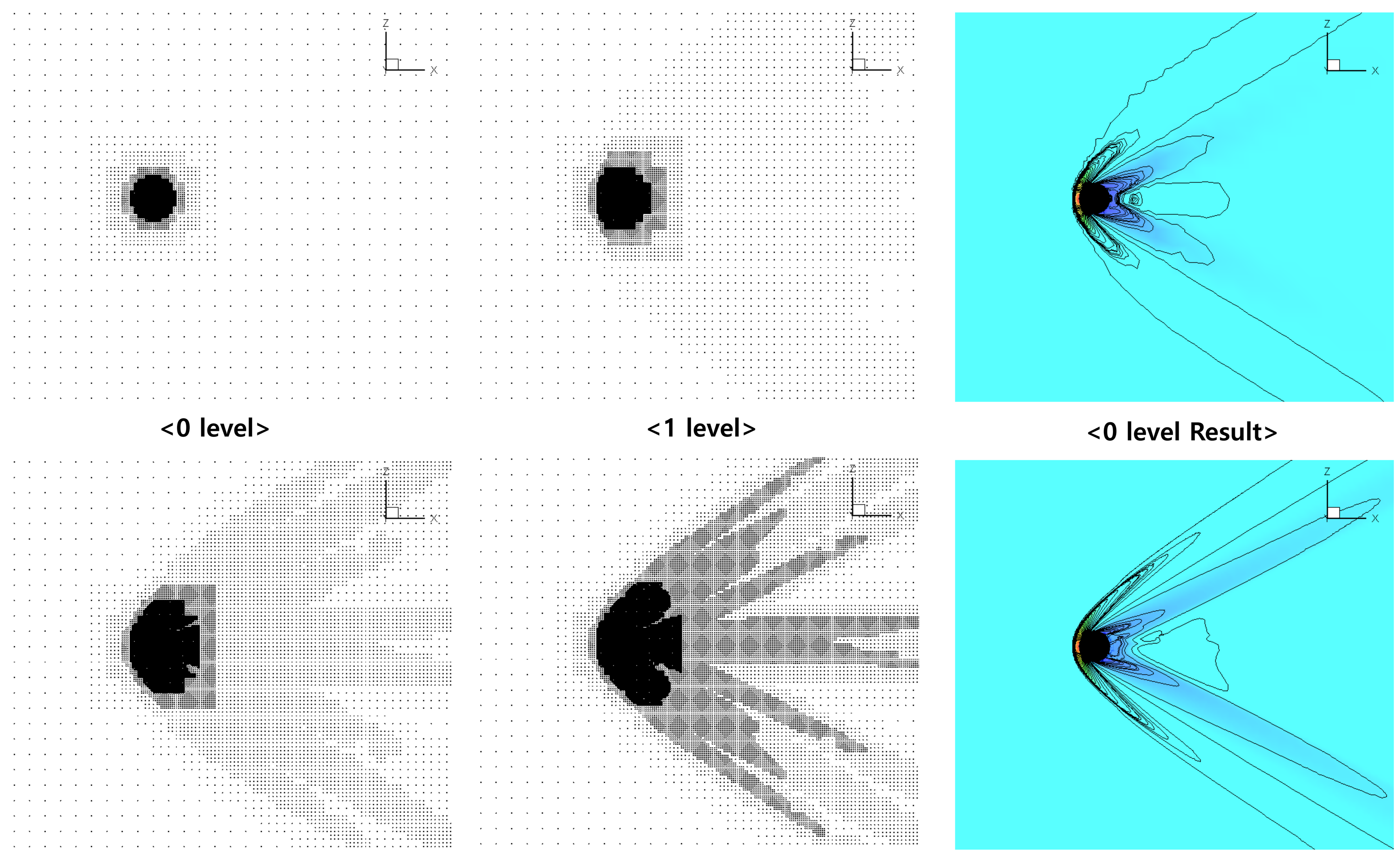
  - Dynamic load balancing
    - CPU 당 계산량 일정하게 유지

$$1 \le \beta \le 2 \ \ must\ be\ satisfied$$

$$\beta = \frac{\max(N_i)}{\min(N_i)} \quad where\ N_i\ is\ number\ of\ mesh\ in\ i^{th}\ CPU$$

  - Hybrid parallel computing
    - MPI (Message Passing Interface)
      - 각자의 memory를 지역적으로 따로 가지는 process로 구성된 분산 시스템 환경
      - Process 간의 통신을 송신(send)과 수신(receive)로만 구현
      - Process들이 memory를 공유하지 않으며 서로의 접근을 허용하지 않음
    - OpenMP (Open Multi-Processing)
      - Multi thread 기반의 공유 memory 병렬 프로그램을 위한 표준 API
      - 하나의 process 안에 여러 개의 thread 존재 가능
      - 각 thread들이 전역 memory 사용

Result



<0 level> <1 level> <0 level Result>

<2 level> <3 level> <3 level Result>

Conclusion

- 수치해석의 정확도와 효율성을 높이기 위해서는 물리적 현상을 포착하기에 충분하도록 적절하게 격자를 배치해야 함
- 본 연구에서는 무격자 기법 기반 해석 솔버에 적응 기법을 적용하는 연구 수행
- 3차원 sphere 문제에 적용하여 알고리즘의 작동 및 효율성 확인

Reference

1) Wang. Z. J, "A Quadtree-based adaptive Cartesian/Quad grid flow solver for Navier-Stokes equation.", *Computers & Fluids*. Vol. 27. No 4, 1998, pp. 529~549
2) Huh Jin Young, Rhee Jae Sang, Kim Kyu Hong, Jung Suk Young, "New least squares method with geometric conservation law(GC-LSM) for compressible flow computation in meshless method", *Computers & Fluids*, 2018.
3) Huh Jin Young, Rhee Jae Sang, Kim Kyu Hong, Jung Suk Young, "Numerical Analysis for Unsteady Compressible Flow with Moving Boundaries using Meshless Method", *The Korean Society of Aeronautics and Space Sciences*, 2016, pp. 50~51.